Per fare prove con la trasformata di Lorentz usando la load

Le funzioni che servono sono definite in un file esterno...

```
(%i1) load("varie-lorentz-v84.mac");
```

La trasformata di Lorentz e' lzz[1] $\begin{bmatrix} \frac{41}{9} & -\frac{40}{273} & -\frac{160}{819} & -\frac{160}{273} \\ -\frac{280}{39} & \frac{201}{169} & \frac{128}{507} & \frac{128}{169} \\ -\frac{1120}{117} & \frac{128}{507} & \frac{2033}{1521} & \frac{512}{507} \\ -\frac{1120}{39} & \frac{128}{169} & \frac{512}{507} & \frac{681}{169} \end{bmatrix}$

lzz[2] e' il vettore usato= $[\frac{41}{9}, \frac{280}{39}, \frac{1120}{117}, \frac{1120}{39}]$

La norma di lzz[2]= 49

Usando lzz[1] il vettore dovrebbe essere
FERMO ossia zero tutte le sue componenti spaziali

unuovo = $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

La norma di unuovo deve essere invariata ossia unuovo.lzz[3].unuovo = 49

Come e' il tensore metrico all'inizio = $\begin{bmatrix} 49 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

Dopo la trasformazione il tens.metrico deve essere identico
Ho scritto: transpose(lzz[1]).lzz[3].lzz[1]
Come e' il tensore metrico all'inizio
Dopo la trasformazione il tens.metrico deve essere identico
Qui sono definite due funzioni:
lsemplice(br,lux)
lrazionale(rd,f,h,xlux)

E varie variabili, ad esempio: besea = $[\frac{3}{13}, \frac{4}{13}, \frac{12}{13}, 9]$ *e cluce=* 7

Matrici lzz[1]= $\begin{bmatrix} \frac{41}{9} & -\frac{40}{273} & -\frac{160}{819} & -\frac{160}{273} \\ -\frac{280}{39} & \frac{201}{169} & \frac{128}{507} & \frac{128}{169} \\ -\frac{1120}{117} & \frac{128}{507} & \frac{2033}{1521} & \frac{512}{507} \\ -\frac{1120}{39} & \frac{128}{169} & \frac{512}{507} & \frac{681}{169} \end{bmatrix}$ *e lrra[1]=* $\begin{bmatrix} \frac{313}{25} & \frac{936}{2125} & -\frac{2496}{10625} & \frac{7488}{4375} \\ \frac{45864}{2125} & \frac{307633}{180625} & -\frac{338688}{903125} & \frac{145152}{53125} \\ -\frac{122304}{10625} & -\frac{338688}{903125} & \frac{5418793}{4515625} & -\frac{387072}{265625} \\ \frac{52416}{625} & \frac{145152}{53125} & -\frac{387072}{265625} & \frac{181513}{15625} \end{bmatrix}$

(%o1) *varie-lorentz-v84.mac*

Questa piccola funzione normalizza ad 1 la sola parte
spaziale di un quadrivettore a meno che non abbia tutte
le componenti spaziali nulle.
Ma la v3norma(vv) c'e' gia' nella libreria).

```
(%i2) v3normabis(vv):=block([vsq,vn],
        vsq:sqrt(vv[2]^2+vv[3]^2+vv[4]^2),
        if vsq=0 then return([0,0,0]),
        vn:ratsimp([vv[2]/vsq,vv[3]/vsq,vv[4]/vsq]),
        return (vn))$
```

In coordinate sferiche rq, f ed h potrei usare questa
ma la libreria mi fornisce la incart(ra,f,h).

```
(%i3) sfer2(f,h):=block([bx,by,bz],
        bx:2*h*(1-f*f)/((1+f*f)*(1+h*h)),
        by:4*h*f/((1+f*f)*(1+h*h)),
        bz:(1-h*h)/(1+h*h),
        return( [bx,by,bz] ) )$
```

La prima funzione crea la matrice di Lorentz facendo
pero' uso della funzione sqrt(...) quindi con un piccolo
rischio di complicazioni numeriche ossia che Maxima si
incasini e non riesca a semplificare le espressioni.

Questa funzione ha bisogno di due dati:
1) Il vettore che specifica la direzione della trasformazione
ossia un vettore di 4 elementi di cui almeno uno dei primi
tre elementi non deve essere nullo e l'ultimo, che controlla
la formula globale, DEVE ESSERE OBBLIGATORIAMENTE POSITIVO,
MAI NULLO.
2) La velocita' della luce ossia un numero positivo e mai nullo.

Questa funzione produce tre risultati ossia :
1) La trasformazione di Lorentz.
2) Il quadrivettore che viene "fermato" dalla trasformazione
di Lorentz ossia la trasformazione di Lorentz moltiplicata
per questo vettore da' un vettore con le componenti spaziali
tutte nulle.
3) Il tensore metrico covariante che si usa e che dipende
da quale e' considerata la velocita' della luce nel vuoto.

La funzione lrazionale(rd,f,h,xlux) e' simile a
quella precedente ma ha il GRANDE PREGIO DI NON FARE
USO DELLA sqrt(...).
Per evitare problemi impedisco di usare come primo
argomento il valore zero che darebbe divisione per zero
e dunque dati infiniti ossia errore di calcolo....
Il secondo ed il terzo argomento possono essere dati
qualsiasi ed il quarto e' la velocita' della luce nel
vuoto che deve ovviamente non essere mai uno zero..
Se si assegna zero viene usato il valore 1.

Importante questo fatto: se uso come primo argomento
il quadrato ottengo il quadrato della trasformazione
di Lorentz considerata di base mentre se uso come primo
argomento la radice quadrata ottengo la radice quadrata
della trasformazione di Lorentz considerata di base...
Sono proprieta' molto importanti...

Nel caso della lsemplice(br,lux) lo stesso effetto
lo ha il quarto elemento del vettore br ossia se
uso, in un'altra trasformazione, questo quarto elemento
al quadrato ottengo il quadrato della trasformazione di
Lorentz considerata di base mentre se uso la radice
quadrata del quarto elemento del vettore br, ottengo la
radice quadrata della trasformazione di Lorentz considerata
di base.

```
(%i4) ra:2+random(10)$
      rq:ra*ra$
      ff:(5-random(10))/11$
      hh:(1+random(10))/11$
      cartesiane:incart(rq,ff,hh);
      lorbase:lrazionale(rq,ff,hh,81);
      print("La direzione spaziale dipende solo ",
       "dal secondo e terzo argomento di lrazionale ",
       incart(1,ff,hh))$
      print("La direzione spaziale e' giusta nel ",
       "quadrivettore di lrazionale ",v3norma(lorbase[2]))$
```

(%o8) $[\frac{25872}{1525},\frac{23716}{7625},\frac{5733}{125}]$

(%o9) $[\begin{bmatrix} \frac{1201}{49} & -\frac{2816}{26901} & -\frac{7744}{403515} & -\frac{208}{735} \\ -\frac{2052864}{2989} & \frac{435114793}{113955625} & \frac{294395904}{569778125} & \frac{71165952}{9340625} \\ -\frac{1881792}{14945} & \frac{294395904}{569778125} & \frac{3118753537}{2848890625} & \frac{65235456}{46703125} \\ -\frac{454896}{245} & \frac{71165952}{9340625} & \frac{65235456}{46703125} & \frac{16535353}{765625} \end{bmatrix},[\frac{1201}{49},\frac{2052864}{2989},\frac{1881792}{14945},\frac{454896}{245}],$
$\begin{bmatrix} 6561 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}]$

La direzione spaziale dipende solo

dal secondo e terzo argomento di lrazionale $[\frac{528}{1525},\frac{484}{7625},\frac{117}{125}]$

La direzione spaziale e' giusta nel quadrivettore di lrazionale $[\frac{528}{1525},$
$\frac{484}{7625},\frac{117}{125}]$

```
(%i12) lorquad:lrazionale(rq*rq,ff,hh,81);
```

(%o12) $[\begin{bmatrix} \frac{2882401}{2401} & -\frac{6764032}{1318149} & -\frac{18601088}{19772235} & -\frac{499616}{36015} \\ -\frac{4930979328}{146461} & \frac{1293570793}{8934121} & \frac{1177583616}{44670605} & \frac{284663808}{732305} \\ -\frac{4520064384}{732305} & \frac{1177583616}{44670605} & \frac{1302804673}{223353025} & \frac{260941824}{3661525} \\ -\frac{1092660192}{12005} & \frac{284663808}{732305} & \frac{260941824}{3661525} & \frac{63138937}{60025} \end{bmatrix},[\frac{2882401}{2401},\frac{4930979328}{146461},\frac{4520064384}{732305}$
$,\frac{1092660192}{12005}],\begin{bmatrix} 6561 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}]$

Se ottengo tutti zeri va tutto bene...

(%i13) `lorbase[1].lorbase[1]-lorquad[1];`

(%o13)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(%i14) `lorsqrt:lrazionale(ra,ff,hh,81);`

(%o14)
$$[\begin{bmatrix} \frac{25}{7} & -\frac{1408}{96075} & -\frac{3872}{1441125} & -\frac{104}{2625} \\ -\frac{1026432}{10675} & \frac{21297487}{16279375} & \frac{4599936}{81396875} & \frac{1111968}{1334375} \\ -\frac{940896}{53375} & \frac{4599936}{81396875} & \frac{411200983}{406984375} & \frac{1019304}{6671875} \\ -\frac{227448}{875} & \frac{1111968}{1334375} & \frac{1019304}{6671875} & \frac{355777}{109375} \end{bmatrix}, [\frac{25}{7}, \frac{1026432}{10675}, \frac{940896}{53375}, \frac{227448}{875}], \begin{bmatrix} 6561 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}]$$

E qui, calcolata la radice quadrata della matrice
lorbase[1] se ottengo tutti zeri va tutto bene...

(%i15) `lorsqrt[1].lorsqrt[1]-lorbase[1];`

(%o15)
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le tre direzioni spaziali sono le stesse e,
normalizzate per verifica valogono 1 come deve essere...

(%i16)
```
spadir:v3norma(lorbase[2]);
spadir[1]^2+spadir[2]^2+spadir[3]^2;
v3norma(lorquad[2]);
v3norma(lorsqrt[2]);
```

(%o16) $[\frac{528}{1525}, \frac{484}{7625}, \frac{117}{125}]$

(%o17) 1

(%o18) $[\frac{528}{1525}, \frac{484}{7625}, \frac{117}{125}]$

(%o19) $[\frac{528}{1525}, \frac{484}{7625}, \frac{117}{125}]$

Ora rifaccio lo stesso ma con la prima versione
della trasformazione di Lorentz

```
(%i20) vetdir:[cartesiane[1],cartesiane[2],cartesiane[3],4]$
       vetdirqd:[cartesiane[1],cartesiane[2],cartesiane[3],16]$
       vetdirsq:[cartesiane[1],cartesiane[2],cartesiane[3],2]$
       miavc:5$
       print("Direzione normalizzata ",
         v3norma([0,vetdir[1],vetdir[2],vetdir[3]]) )$
       Lorbase:lsemplice(vetdir,miavc);
       print("Stessa direzione normalizzata ",
         v3norma(Lorbase[2]))$
       Lorqd:lsemplice(vetdirqd,miavc);
       print("Stessa direzione normalizzata ",
         v3norma(Lorqd[2]))$
       Lorsq:lsemplice(vetdirsq,miavc);
       print("Stessa direzione normalizzata ",
         v3norma(Lorsq[2]))$
```

Direzione normalizzata $[\frac{528}{1525},\frac{484}{7625},\frac{117}{125}]$

(%o25) $[\begin{bmatrix} \frac{17}{8} & -\frac{198}{1525} & -\frac{363}{15250} & -\frac{351}{1000} \\ -\frac{198}{61} & \frac{2639257}{2325625} & \frac{287496}{11628125} & \frac{69498}{190625} \\ -\frac{363}{610} & \frac{287496}{11628125} & \frac{58404163}{58140625} & \frac{127413}{1906250} \\ -\frac{351}{40} & \frac{69498}{190625} & \frac{127413}{1906250} & \frac{248201}{125000} \end{bmatrix}, [\frac{17}{8},\frac{198}{61},\frac{363}{610},\frac{351}{40}], \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}]$

Stessa direzione normalizzata $[\frac{528}{1525},\frac{484}{7625},\frac{117}{125}]$

(%o27) $[\begin{bmatrix} \frac{257}{32} & -\frac{1683}{3050} & -\frac{6171}{61000} & -\frac{5967}{4000} \\ -\frac{1683}{122} & \frac{171433}{93025} & \frac{71874}{465125} & \frac{34749}{15250} \\ -\frac{6171}{2440} & \frac{71874}{465125} & \frac{4783019}{4651250} & \frac{127413}{305000} \\ -\frac{5967}{160} & \frac{34749}{15250} & \frac{127413}{305000} & \frac{143201}{20000} \end{bmatrix}, [\frac{257}{32},\frac{1683}{122},\frac{6171}{2440},\frac{5967}{160}], \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}]$

Stessa direzione normalizzata $[\frac{528}{1525},\frac{484}{7625},\frac{117}{125}]$

(%o29) $[\begin{bmatrix} \frac{5}{4} & -\frac{396}{7625} & -\frac{363}{38125} & -\frac{351}{2500} \\ -\frac{396}{305} & \frac{2395321}{2325625} & \frac{63888}{11628125} & \frac{15444}{190625} \\ -\frac{363}{1525} & \frac{63888}{11628125} & \frac{58199189}{58140625} & \frac{14157}{953125} \\ -\frac{351}{100} & \frac{15444}{190625} & \frac{14157}{953125} & \frac{76189}{62500} \end{bmatrix}, [\frac{5}{4},\frac{396}{305},\frac{363}{1525},\frac{351}{100}], \begin{bmatrix} 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}]$

Stessa direzione normalizzata $[\frac{528}{1525},\frac{484}{7625},\frac{117}{125}]$

```
(%i31) ratsimp(Lorbase[1].Lorbase[1]-Lorqd[1]);
       ratsimp(Lorsq[1].Lorsq[1]-Lorbase[1]);
```

(%o31) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(%o32) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

1 Per concludere

Ho unito varie cose utili: mostrare al lavoro le formule di calcolo della trasformazione di Lorentz e come fare la load in wxMaxima per usare come libreria un altro documento salvato con l'estensione .mac e non con l'estensione .wxm